

**Задачи для подготовки к экзамену по математике
для студентов 183, 184, 185 групп (I курс, 2 семестр)**

(банк данных)

I. Найти пределы функций.

- | | | |
|--|--|--|
| 1. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^2 - 5x + 3}{3x^4 - 2x^2 + 2x}$; | 4. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x - 13}{x^3 - 3x + 4}$; | 8. $\lim_{x \rightarrow -1} (x^4 + 2x^3 - 3x^2 + 4x - 5)$; |
| 2. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x + 1}{x^2 - 5x + 4}$; | 5. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 8}{3x^2 - 4x + 12}$; | 9. $\lim_{x \rightarrow 1} (5x - 4x^2 + x^3)$; |
| 3. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{4x^2 + 10x + 7}{2x^3 + 3x}$; | 6. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^5 - x^3}{4x^2 + 3x - 6}$; | 10. $\lim_{x \rightarrow -2} \left(\frac{1}{2}x^2 + 3x - 1 \right)$; |
| | 7. $\lim_{x \rightarrow 2} (2x^2 - 3x + 1)$; | |

Исследовать функцию на непрерывность/разрыв в точке x_0

- | | |
|--|--|
| 1. $y = \begin{cases} x^2, & x \leq 1 \\ 2x + 1, & x > 1 \end{cases} \quad x_0 = 1;$ | 6. $y = \begin{cases} x^3, & x \leq 1 \\ 2x + 5, & x > 1 \end{cases} \quad x_0 = 1;$ |
| 2. $y = \begin{cases} x^3, & x \leq 1 \\ 2x + 1, & x > 1 \end{cases} \quad x_0 = 1;$ | 7. $y = \begin{cases} x^2 - 1, & x \leq 0 \\ x + 3, & x > 0 \end{cases} \quad x_0 = 0;$ |
| 3. $y = \begin{cases} -x^2 + 2, & x \leq 0 \\ x + 3, & x > 0 \end{cases} \quad x_0 = 0;$ | 8. $y = \begin{cases} x^2 - 3, & x \leq 0 \\ x + 4, & x > 0 \end{cases} \quad x_0 = 0;$ |
| 4. $y = \begin{cases} x^2 + 4, & x \leq 0 \\ x + 2, & x > 0 \end{cases} \quad x_0 = 0;$ | 9. $y = \begin{cases} x^2, & x \leq -1 \\ x + 2, & x > -1 \end{cases} \quad x_0 = -1;$ |
| 5. $y = \begin{cases} x^3, & x \leq 1 \\ 4x + 5, & x > 1 \end{cases} \quad x_0 = 1;$ | 10. $y = \begin{cases} x^2 + 1, & x \leq 0 \\ x - 2, & x > 0 \end{cases} \quad x_0 = 0;$ |

II. Найдите производную функции.

- | | | |
|--------------------------------|------------------------------|--|
| 1. $y = x^{23} + 23$; | 6. $y = \cos x + 2$; | 11. $y = \frac{x}{4^x}$ |
| 2. $y = 5^x + 3x$; | 7. $y = 3^x - x^3$; | 12. $f(x) = \frac{1}{3}x^3 + x^2 + 2x$ |
| 3. $y = x^3 + 4x^2 - 6x + 8$; | 8. $y = x^3 \cdot \ln x$; | 13. $y = 3x^2 - 5x + 1$ |
| 4. $y = \frac{e^x}{x^3}$; | 9. $y = \frac{x^3}{\ln x}$; | 14. $f(x) = x^5 - 5x^4 - 15x^3 + 30$ |
| 5. $y = e^x \cdot \sin x$; | 10. $y = 5^x \cdot x^5$; | |

Найдите скорость и ускорение материальной точки в момент времени t , если:

- | | | |
|---|---|--|
| 1. $s(t) = \frac{1}{3}t^3 - 2t^2 + 3, \quad t = 3;$ | 5. $s(t) = \frac{2}{5}t^5 + 3t + 9, \quad t = 2;$ | 9. $s(t) = t^3 - \frac{1}{4}t^2 + 1, \quad t = 2;$ |
| 2. $s(t) = \frac{2}{3}t^3 + t^2 + 1, \quad t = 2;$ | 6. $s(t) = \frac{2}{7}t^7 + 3t + 1, \quad t = 2;$ | 10. $s(t) = 2t^2 + \frac{2}{3}t^3 + 1, \quad t = 3;$ |
| 3. $s(t) = \frac{2}{3}t^3 + \frac{4}{5}t^5 + 2, \quad t = 1;$ | 7. $s(t) = \frac{1}{4}t^4 - 4t + 1, \quad t = 2;$ | |
| 4. $s(t) = \frac{1}{3}t^3 + 2t + 7, \quad t = 1;$ | 8. $s(t) = \frac{3}{4}t^4 - \frac{1}{2}t^2 + 2, \quad t = 2;$ | |

III. Исследовать функцию с помощью первой производной

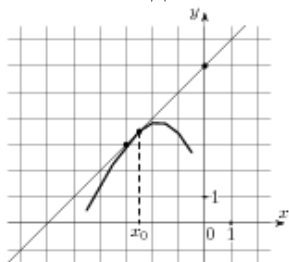
- | | |
|-------------------------------|-------------------------------------|
| 1. $f(x) = x^4 - 18x^2 + 4$; | 4. $f(x) = x^4 - 4x^3 + 4x^2 + 7$; |
| 2. $f(x) = x^4 - 8x^3 + 4$; | 5. $f(x) = x^3 - 3x^2 + 1$; |
| 3. $f(x) = x^4 - 50x^2 + 4$; | |

Исследовать функцию с помощью второй производной

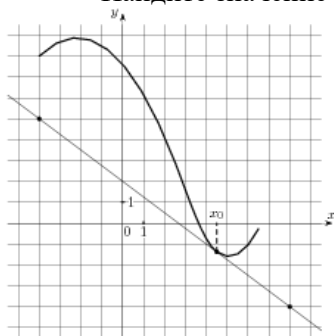
- | | |
|--------------------------------|--|
| 1. $f(x) = x^4 - 18x^2 + 4$; | 4. $f(x) = x^4 - 2x^3 + 36x^2 - x + 1$; |
| 2. $f(x) = x^4 - 8x^3 + 4$; | 5. $f(x) = x^3 - 3x^2 - 18x + 1$; |
| 3. $f(x) = x^4 - 150x^2 + 4$; | |

Ответить на вопрос.

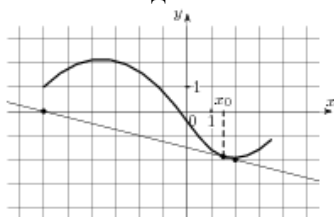
1. На рисунке изображён график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0 .
Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке x_0 .



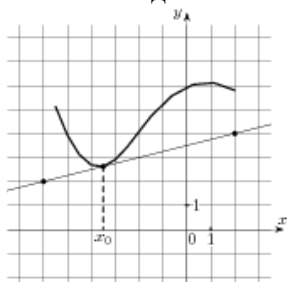
2. На рисунке изображён график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0 .
Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке x_0 .



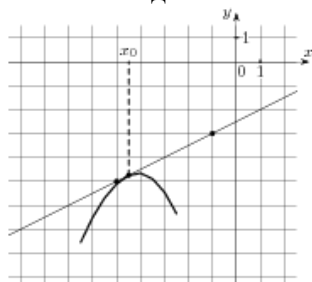
3. На рисунке изображён график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0 .
Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке x_0 .



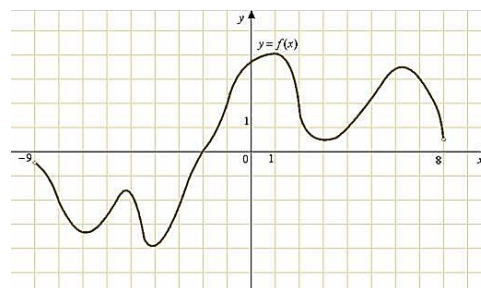
4. На рисунке изображён график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0 .
Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке x_0 .



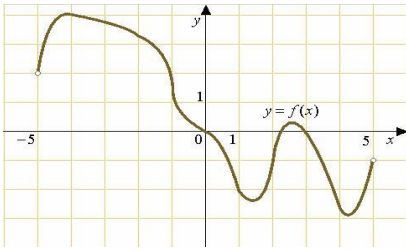
5. На рисунке изображён график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0 .
Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке x_0 .



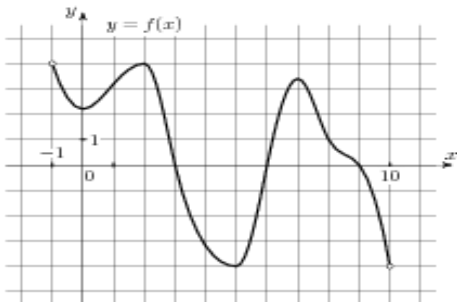
6. На рисунке изображен график функции $y=f(x)$, определенной на интервале $(-9; 8)$. Определите количество целых точек, в которых производная функции $f(x)$ положительна.



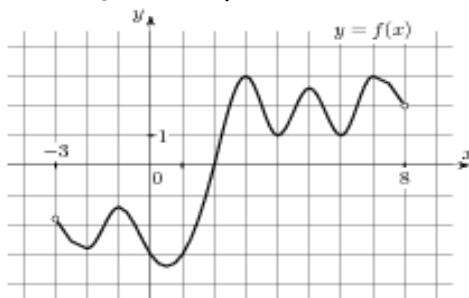
7. На рисунке изображен график функции $y = f(x)$, определенной на интервале $(-5; 5)$.
Найдите количество точек, в которых касательная к графику функции параллельна прямой $y = 6$.



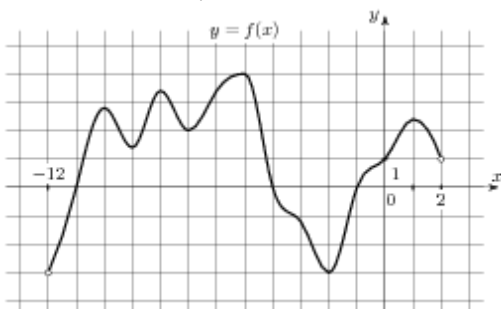
8. На рисунке изображен график функции $y = f(x)$, определенной на интервале $(-1; 10)$.
Найдите количество точек, в которых касательная к графику функции параллельна прямой $y = -3$.



9. На рисунке изображен график функции $y = f(x)$, определенной на интервале $(-3; 8)$.
Найдите количество точек, в которых касательная к графику функции параллельна прямой $y = -20$.



10. На рисунке изображен график функции $y = f(x)$, определенной на интервале $(-12; 2)$.
Найдите количество точек, в которых касательная к графику функции параллельна прямой $y = 17$.



IV. Сделать чертеж и вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями

1. $y = 8x - x^2 - 7$ и $y = 0$;
2. $y = x^3 - 1$, $x = 0$ и $y = 0$;
3. $y = x^2 - 3x - 4$, $y = 0$;
4. $y = x^2 - 2x + 1$, $y = 0$, $x = -1$;
5. $y = x^2 - 2x + 1$, $y = 0$, $x = 0$;
6. $y = 1 - x^3$, $y = 0$, $x = 0$;
7. $y = -x^2 - 4x + 5$, $y = 0$, $x = 0$, $x = 1$;
8. $y = x^2 - 4x$, $y = 0$, $x = -2$, $x = -1$;
9. $y = 8x - 2x^2 - 8$, $y = 0$;
10. $y = x^2 - 4x$, $y = 0$, $x = -1$, $x = 0$;

Вычислить интегралы:

$$\begin{array}{llll}
1. \text{a)} \int (5x - 6) dx; & \text{б)} \int_1^e \frac{1}{x} dx; & 7. \text{a)} \int x \cdot \cos 3x dx; & \text{б)} \int_1^{1,5} (1 - 2x)^7 dx; \\
2. \text{a)} \int (x^2 + 4x^3) dx; & \text{б)} \int_{-1}^0 (3x^2 - 2x) dx; & 8. \text{a)} \int (3x^2 + 5) dx; & \text{б)} \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \cos x dx; \\
3. \text{a)} \int (5x - 2) dx; & \text{б)} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x dx; & 9. \text{a)} \int (2x + e^x) dx; & \text{б)} \int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}} \cos x dx; \\
4. \text{a)} \int \left(\cos x + \frac{1}{2} x \right) dx; & \text{б)} \int_{\frac{1}{3}}^1 (3x + 1) dx; & 10. \text{a)} \int (4x^3 + 3x^2 - 2x + 1) dx; & \text{б)} \int_1^2 (1 + 2x) dx; \\
5. \text{a)} \int (2^x - x^2) dx; & \text{б)} \int_{-4}^0 (4x^3 - 1) dx; & & \\
6. \text{a)} \int (x + \sin x) dx; & \text{б)} \int_0^1 \sqrt[3]{x^8} dx; & &
\end{array}$$

V. Вычислить математическое ожидание и дисперсию дискретной случайной величины, зная ее закон распределения:

1.

X _i	6	3	1
p _i	0,2	0,3	0,5

6.

X _i	2	4	5
p _i	0,2	0,4	0,4

2.

X _i	2	4	8
p _i	0,1	0,5	0,4

7.

X _i	4	5	6
p _i	0,1	0,6	0,3

3.

X _i	-2	1	3
p _i	0,5	0,3	0,2

8.

X _i	10	20	30
p _i	0,3	0,5	0,2

4.

X _i	-4	-3	-2
p _i	0,3	0,6	0,1

9.

X _i	-3	-1	1
p _i	0,4	0,3	0,3

5.

X _i	10	12	14
p _i	0,3	0,4	0,3

10.

X _i	-4	-2	-1
p _i	0,1	0,6	0,3

Решить задачу.

- Дана выборка результатов внешнего оценивания по математике 10 человек (в баллах): 167, 197, 167, 145, 145, 180, 150, 195, 167, 142. Найдите: а) объем выборки; б) размах выборки; в) моду, г) медиану, д) среднее значение выборки.
- В подгруппе 15 студентов, из них 8 увлекаются спортом. Найдите вероятность того, что из четырёх выбранных наугад учащихся трое - спортсмены?
- Вычислите показатели вариации (среднее арифметическое, моду, размах медиану, дисперсию) по выборке: -64; -72; -10; -31; -82; -20; -11; -77; -86; -14; -75; -56; -83; -10; -36; -78; -14; -78; -72; -76; -62; -56; -40; -41; -42; -37; -36; -28; -19; -13
- Студент пришел на зачет зная только 30 вопросов из 50. Какова вероятность сдачи зачета, если после отказа отвечать на вопрос преподаватель задает еще один?
- В вазе лежат 15 конфет, пять из которых шоколадные. Какова вероятность вытащить наугад: а) шоколадную конфету? б) три шоколадные конфеты?

VI. Решить систему уравнений.

1.
$$\begin{cases} x^3 - y^3 = 218, \\ x^2 + xy + y^2 = 109 \end{cases}$$

2.
$$\begin{cases} 2 \cdot 6^x - 3y = 69, \\ 6^{x-1} - y = 5 \end{cases}$$

3.
$$\begin{cases} x - y = 1, \\ x^3 - y^3 = 7 \end{cases}$$

$$4. \begin{cases} 3^x \cdot 2^{1-y} = 24, \\ \log_3(y-x) = 0 \end{cases}$$

$$7. \begin{cases} y + \sin x = 5, \\ 4y + 2\sin x = 19 \end{cases}$$

$$10. \begin{cases} y = x - 8, \\ y + x^2 + 6x = 0 \end{cases}$$

$$5. \begin{cases} 2^{2x-2y} + 2^{x-y} - 2 = 0, \\ 2^{2x+1} + \left(\frac{1}{2}\right)^{2y-1} = 5 \end{cases}$$

$$8. \begin{cases} xy = 40, \\ x^{\lg y} = 4 \end{cases}$$

$$6. \begin{cases} x - y + xy = 5, \\ x - y - xy = -7 \end{cases}$$

$$9. \begin{cases} \sin^2 x + \cos^2 y = \frac{3}{4}, \\ \cos 2x + 2\cos y = 1 \end{cases}$$

Решить систему уравнений.*

$$1. \begin{cases} 2x - y = 5, \\ 3x - 5y - z = 1, \\ -x + z = 29; \end{cases}$$

$$5. \begin{cases} 3x + 2y + z = 3, \\ 5x - 2y - 2z = 3, \\ x + y - z = -2; \end{cases}$$

$$9. \begin{cases} 2x + y - z = -5, \\ 3x - 2y + 6z = -7, \\ 3x + 7y + 2z = 7; \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} 5x - 3y + 4z = 6, \\ 2x - y - z = 0, \\ x - 2y + z = 0; \end{cases}$$

$$6. \begin{cases} 3x + 4y = 11, \\ 5x + 6z = 28, \\ x + 2z = 7; \end{cases}$$

$$10. \begin{cases} 2x - 2y + z = 34, \\ 3x - 5y - z = 1, \\ 2x - 5y = 5; \end{cases}$$

$$3. \begin{cases} x + y + z = 5, \\ x - y + z = 1, \\ x + z = 2; \end{cases}$$

$$7. \begin{cases} 3x - 2y - 5z = 0, \\ 5x - 2y - 3z = 0, \\ x + y + z = 1; \end{cases}$$

$$4. \begin{cases} 2x - 3y + z = -7, \\ x + 4y + 2z = -1, \\ x - 4y = -5; \end{cases}$$

$$8. \begin{cases} x - 4y - 2z = 0, \\ -3x + 5y + 6z = 21, \\ 3x + y + z = -4; \end{cases}$$

VII. Проверить, являются ли числа x_1 и x_2 корнями уравнения.

$$1. 8 - 3x - x^2 = (x-4)(x+2), x_1 = 0, x_2 = -2$$

$$7. 2^{x+3} = 6, x_1 = 0, x_2 = -5$$

$$2. 3x^2 + 2x - 17 = (3x-1)(x+5), x_1 = 1, x_2 = -5$$

$$8. 4^{x-1} = 3^{x-1}, x_1 = 0, x_2 = 1$$

$$3. \sqrt[3]{1-9x} = 2x, x_1 = 1, x_2 = -1$$

$$9. \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}, x_1 = 0, x_2 = \pi$$

$$4. \sqrt{x^2 - 1} = 1 - x, x_1 = 0, x_2 = -1$$

$$5. \log_3(29x-2)(4x-1) = 6 - \log_3 9, x_1 = 0, x_2 = 1$$

$$10. \cos\left(\frac{\pi x}{3}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}, x_1 = 1, x_2 = 3$$

$$6. \log_2(x+4)(x+0,125) = \log_2 32 - 6, x_1 = 0, x_2 = -4$$

Решить уравнение.

$$1. (x^2 - 4)\sqrt{2x-1} = 0$$

$$5. \sqrt{x+2} - \sqrt{x-1} - \sqrt{2x-3} = 0$$

$$2. \sqrt{9-x^2} = 0$$

$$6. \sqrt{x} + \sqrt{x-3} = \sqrt{3(x-1)}$$

$$3. 18 \cdot 9^x + 9 \cdot 3^x - 5 = 0$$

$$7. x^3 + 3x^2 = 0$$

$$9. \left(\frac{2}{3}\right)^x \left(\frac{9}{8}\right)^x = \frac{27}{64}$$

$$4. 4 \cdot 4^x - 33 \cdot 2^x + 8 = 0$$

$$8. x^4 - (x-2)^2 = 0$$

$$10. x^3 - 2x^2 - 3x + 6 = 0$$

VIII. Решить неравенство.

$$1. 2\left(x - \frac{1}{3}\right) + \frac{2-x}{6} > \frac{3x-2}{2}$$

$$4. \frac{2-x}{x+5} < 0$$

$$9. \sqrt{\ln x - 2} \leq 3$$

$$2. \frac{4-3x}{2} < \frac{8x+1}{6} + 15\left(x - \frac{2}{5}\right)$$

$$5. \frac{2x^2 + x - 6}{3x+4} \leq 0$$

$$10. \frac{1}{x} + \frac{5}{x+2} < 0$$

$$3. \frac{1}{1+x} \leq 1-x$$

$$6. \log_4(x+2) - \log_4(x+5) < 1$$

$$7. 5^{2x-1} + 5^{x+1} \geq 250$$

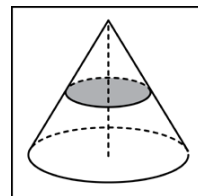
$$8. x(8-x^3) \geq 0$$

IX. Решить задачу.

1. Найти уравнение прямолинейного движения точки, если скорость этого движения задана уравнением $V(t) = 3t^2 - 6t + 1$
2. Найти закон движения тела, если ускорение этого движения задано уравнением $a(t) = 24t^2 + 8$, в момент $t = 1$ с. скорость тела $V = 10$ м/с, а путь $S = 12$ м
3. Тело движется прямолинейно со скоростью $V(t) = 3 + 3t^2$ (м/с). Найти путь, пройденный телом за первые 5 с. от начала движения
4. Сила в 40 Н растягивает пружину на 0,04 м. Какую работу надо совершить, чтобы растянуть пружину на 0,02 м.?
5. Тело движется прямолинейно со скоростью $V(t) = t + 6t^2$ (м/с). Найти путь, пройденный телом за вторую секунду
6. Какую работу совершает сила в 8Н при растяжении пружины на 5 см?
7. Точка движется прямолинейно по закону $S(t) = -\frac{1}{3}t^3 + 4t^2 - 4t + 8$ (м). Найти максимальную скорость движения точки.
8. Точка движется прямолинейно по закону $S(t) = -\frac{1}{3}t^3 + 4t^2 - 4t + 8$ (м). Найти ускорение точки в момент времени $t = 2$ с.
9. Точка движется прямолинейно со скоростью $V(t) = 8t^3 + 8t - 13$ (м/с). Найти ускорение точки в конце первой секунды.
10. Точка движется прямолинейно по закону $S(t) = 2t^4 + 4t^2 - 6$ (м). Найти скорость точки в момент времени $t = 1$ с.

X. Решить задачу.

1. Высота конуса равна 15 см., а радиус основания равен 8 см. Найдите образующую конуса.
2. Найти объем тела полученного при вращении прямоугольника со сторонами 6 см. и 10 см. вокруг большей стороны.
3. Цилиндр и конус имеют общее основание и общую высоту. Вычислите объем цилиндра, если объем конуса равен 22
4. Объем шара уменьшили в 8 раз, как изменилась его поверхность?
5. Основание прямой призмы - ромб со стороной 5см. Высота призмы равна 7см. Найдите площадь ее боковой поверхности.
6. Основание пирамиды – прямоугольник со сторонами 6см и 8см. Каждое боковое ребро пирамиды равно 13см. Вычислите высоту пирамиды.
7. Высота правильной четырехугольной призмы равна 10см. Сторона основания призмы равна 12см. Вычислите площадь полной поверхности призмы.
8. Сделайте рисунок четырехугольной пирамиды, обозначьте ее и запишите: вершину, боковые ребра, основание, боковые грани.
9. Найдите объем тела, полученного при вращении прямоугольного треугольника ABC с катетами 8 см и 6 см вокруг меньшего катета.
10. Свинцовый шар, диаметр которого 20 см, переливается в шарик диаметром, в 10 раз меньше. Сколько таких шариков получится?
11. Высота цилиндра 10 см., радиус основания равен 4 см. Найдите площадь осевого сечения цилиндра.
12. Радиус основания цилиндра 6 см., площадь осевого сечения равна 72 см^2 . Найдите высоту цилиндра.
13. Радиус основания конуса равен 5 см., а образующая конуса равна 13 см. Найдите объем конуса.
14. Жидкость, заполняющую цилиндрический стакан диаметром 6 см. и высотой 9 см., переливают в конический сосуд диаметром 9 см. и высотой 11 см. Поместится ли жидкость в этом сосуде.
15. Объем конуса равен 16. Через середину высоты параллельно основанию конуса проведено сечение, которое является основанием меньшего конуса с той же вершиной. Найдите объем меньшего конуса.



16. Через середину образующей конуса проведена плоскость параллельно плоскости основания. Полученное сечение служит верхним основанием цилиндра, нижнее основание которого лежит на основании конуса. Объем цилиндра равен 9. Найти объем конуса.
17. Сделайте рисунок треугольной призмы, обозначьте ее и запишите: вершину, боковые ребра, основание, боковые грани.
18. Сделайте рисунок правильной четырехугольной пирамиды, обозначьте ее и запишите: вершину, боковые ребра, основание, боковые грани. Проведите и обозначьте апофему и высоту.
19. Сделайте рисунок правильной треугольной пирамиды, обозначьте ее и запишите: вершину, боковые ребра, основание, боковые грани. Проведите и обозначьте апофему и высоту.
20. Сделайте рисунок правильной усеченной четырехугольной пирамиды, обозначьте ее и запишите: боковые ребра, основания, боковые грани. Проведите и обозначьте апофему и высоту.
21. Перечислите правильные многогранники.
22. Перечислите Платоновы тела.
23. Приведите примеры тел вращения.
24. Приведите примеры многогранников.
25. Запишите формулу нахождения площади поверхности ... (куба, сферы, бок. пов. цилиндра, пов. конуса, ...)